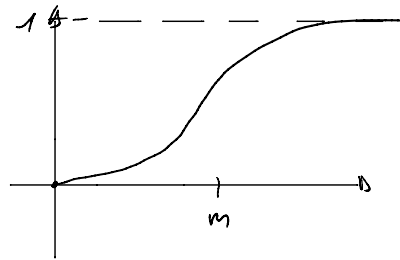
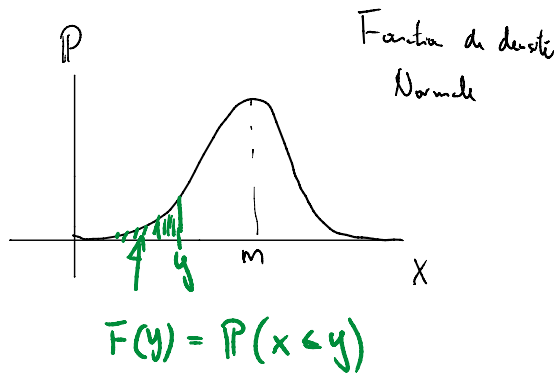


Fonction Cumulative

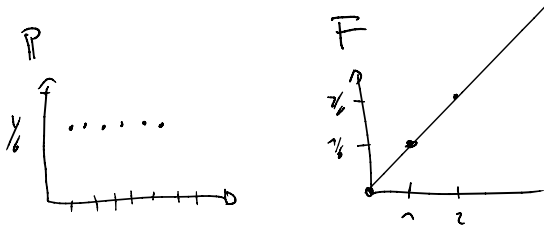


Fonction cumulative :

$$F: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$$

Strictement croissante

Exemple du lancé de dé

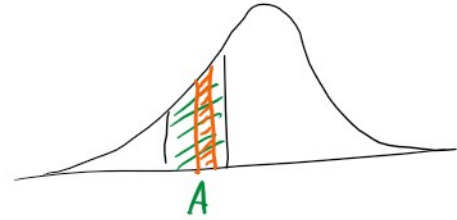
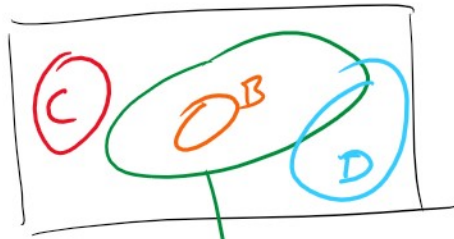


Les probabilités conditionnelles

Les probabilités conditionnelles sont sujettes à une information supplémentaire : "sachant que".

Comment l'écrit-on ?

Univers Ω

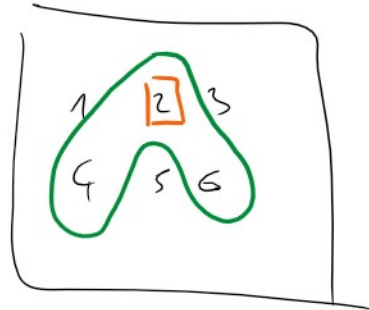


$A = \text{"Sachant que" ...}$

$$P(C|A) = \text{La probabilité d'observer } C \text{ sachant qu'on a observé } A = \emptyset \text{ car } A \cap C = \emptyset !$$

$$= \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\emptyset)}{P(A)} = 0 !$$

$$P(2 | \text{pair}) = \frac{1}{3} = \frac{P(2)}{P(\text{pair})} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

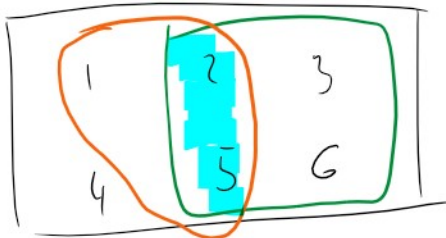


$$B = B \cap A$$

$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} \quad B \subseteq A$$

\hookrightarrow inclus

$$A = \{2, 3, 5, 6\}$$



$$D = \{1, 2, 5\}$$

que vaut

$$P(D|A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)}$$

Formule de Bayes !

$$= \frac{2/6}{4/6} = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{4} = \frac{1}{2}$$

Exercice : (tirage de 1 seul dé)

1. Quelle est la probabilité d'avoir un 6 sachant que j'ai tiré un pair ?

$$\mathbb{P}(\{6\} | \text{pair}) = \frac{\mathbb{P}(\{6\} \cap \{2, 4, 6\})}{\mathbb{P}(\{2, 4, 6\})} = \frac{1/6}{1/2 + 1/2 + 1/6} = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$$

2. Quelle est la probabilité de tirer un impair sachant que j'ai tiré un multiple de 3 ?

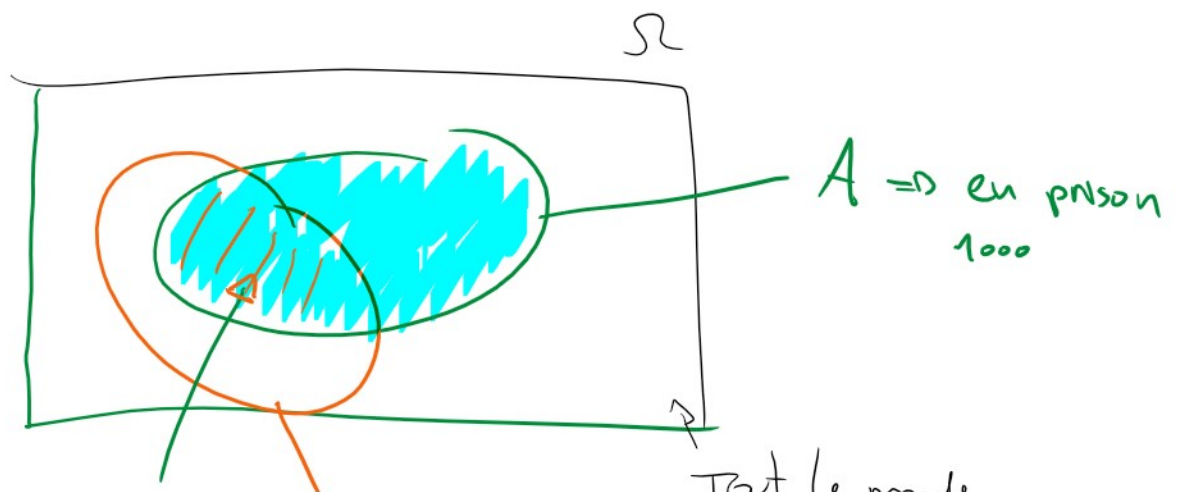
$$\mathbb{P}(\{1, 3, 5\} | \{3, 6\}) = \frac{\mathbb{P}(\{3\})}{\mathbb{P}(\{3, 6\})} = \frac{1/6}{2/6} = \frac{1}{2}$$

3. Quelle est la probabilité de tirer un nombre plus petit ou égale à 4 sachant que j'ai tiré un nombre plus grand ou égal à 2 ?

$$\mathbb{P}(\{1, 2, 3, 4\} | \{2, 3, 4, 5, 6\}) = \frac{\mathbb{P}(\{2, 3, 4\})}{\mathbb{P}(\geq 2)} = \frac{3/6}{5/6} = \frac{3}{5}$$

Rappel: $\mathbb{P}(A) = \sum_{\omega \in A} \mathbb{P}(\omega)$
où $A \subseteq \Omega$

$$\triangle \mathbb{P}(A|B) \neq \mathbb{P}(B|A)$$





$$P(\text{yeux verts } B) = \frac{200'000}{1M10} = 0,2 \quad (20\%)$$

$$P(\text{Prison } A) = \frac{1000}{1M10} = 0,01 \quad (0,1\%)$$

$$P(\text{yeux verts } B \cap \text{Prison } A) = \frac{700}{1M10} = 0,07\%$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,07\%}{0,1\%} = \underline{\underline{70\%}}$$

$$P(A|B) = \frac{0,07\%}{20\%} = \underline{\underline{0,35\%}}$$