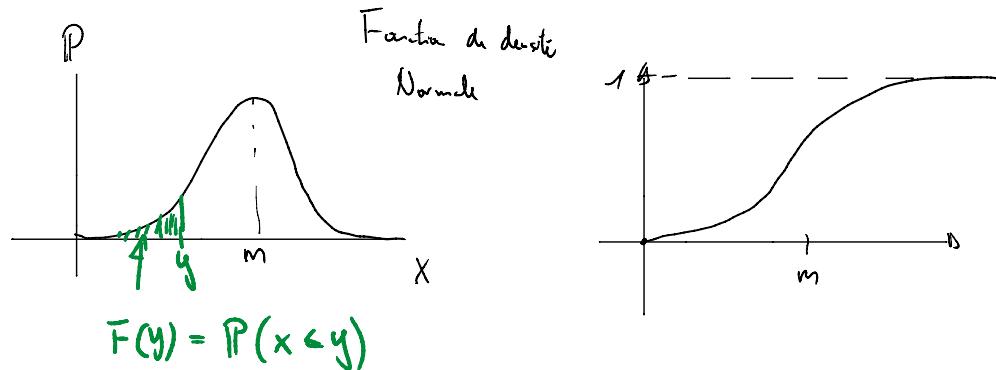


Fonction Cumulative

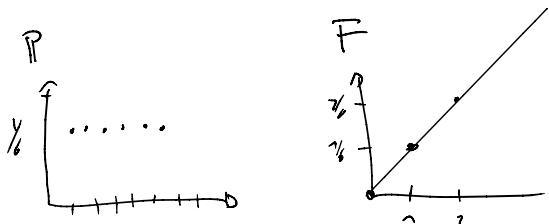


Fonction cumulative :

$$F: \Omega \rightarrow [0, 1]$$

Strictement croissante

Exemple du lancé de dé

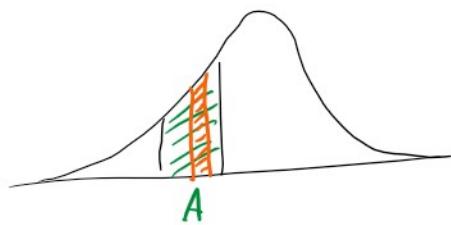
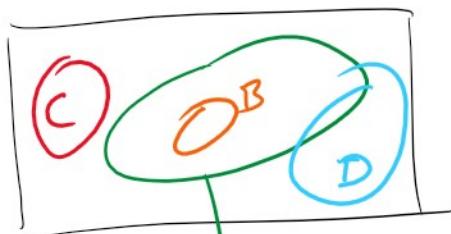


Les probabilités conditionnelles

Les probabilités conditionnelles sont sujettes à une information supplément : "sachant que".

Comment l'écriv-on ?

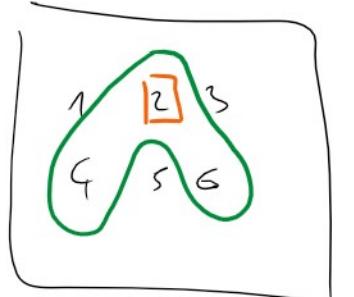
Univers Ω



$A = \text{"Sachant que" } \dots$

$$\begin{aligned} P(C|A) &= \text{La probabilité d'observer } C \text{ sachant qu'on a} \\ &\quad \text{observé } A = \emptyset \quad \text{car } A \cap C = \emptyset ! \\ &= \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\emptyset)}{P(A)} = 0 ! \end{aligned}$$

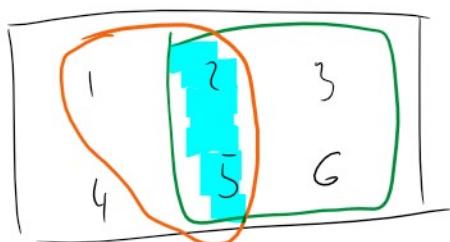
$$P(z|\text{pair}) = \frac{1}{3} = \frac{P(z)}{P(\text{pair})} = \frac{\gamma_6}{\gamma_2} = \frac{1}{3}$$



$$P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} \quad B \subseteq A$$

↳ inclus

$$A = \{z_3, z_5, z_6\}$$



$$D = \{1, 2, 5\}$$

que vaut

$$P(D|A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)}$$

Formule de Bayes !

$$= \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{6}{4} = \frac{1}{2}$$

Exercice : (tirage de 1 seul dé)

1. Quelle est la probabilité d'avoir un 6 sachant que j'ai tiré un pair ?

$$P(\{6\} \mid \text{pair}) = \frac{P(\{6\} \cap \{2, 4, 6\})}{P(\{2, 4, 6\})} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{3} = \frac{1}{3}$$

2. Quelle est la probabilité de tirer un impair sachant que j'ai tiré un multiple de 3 ?

$$P(\{1, 3, 5\} \mid \{3, 6\}) = \frac{P(\{3\})}{P(\{3, 6\})} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{2}$$

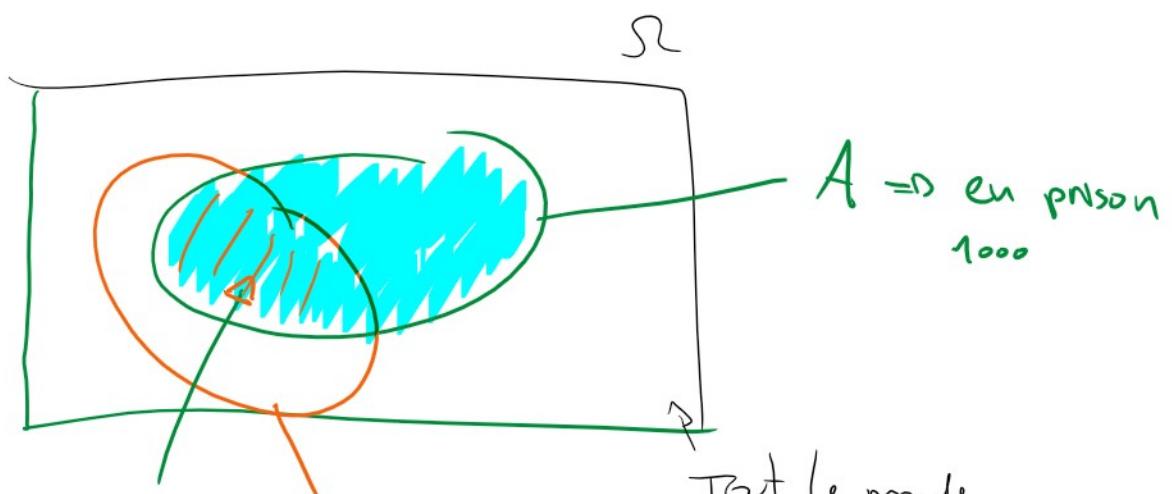
3. Quelle est la probabilité de tirer un nombre plus petit ou égale à 4 sachant que j'ai tiré un nombre plus grand ou égal à 2 ?

$$P(\{1, 2, 3, 4\} \mid \{2, 3, 4, 5, 6\}) = \frac{P(\{2, 3, 4\})}{P(\geq 2)} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{3}{5}$$

Rappel: $P(A) = \sum_{\omega \in A} P(\omega)$

où $A \subseteq \Omega$

⚠ $P(A|B) \neq P(B|A)$





$$P(B) = \frac{2001000}{1mio} = 0,2 \quad (20\%)$$

$$P(A) = \frac{1000}{1mio} = 0,01 \quad (0,1\%)$$

$$P(B \cap A) = \frac{700}{1mio} = 0,07 \quad \underline{\underline{\%}}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,07 \%}{0,1 \%} = \underline{\underline{70 \%}}$$

$$P(A|B) = \frac{0,07 \%}{20 \%} = \underline{\underline{0,35 \%}}$$